

Ingegneria con il Computer



EDIZIONI SCIENZA E TECNICA MILANO

Anno 2, fasc.7/8 agosto 1987

lire 5.000

Sped. in Abb. Post. Gr. III/70

L'Analisi agli ELEMENTI FINITI (FEA) nell'Ingegneria civile e problemi connessi alla modellazione strutturale

Ing. Alberto Cucinella - Napoli

Sommario. Viene illustrata la metodologia dell'Analisi agli Elementi Finiti in ambiente strutturale civile, prendendo in esame aspetti tipici del problema, quali gli elementi utilizzabili e la modellazione strutturale di talune opere.

Parole chiave. Analisi agli elementi finiti. Strutture civili. Calcolo di strutture civili. Calcolo automatico.

1. L'Analisi agli Elementi Finiti

L'analisi agli Elementi Finiti (FEA) è una metodologia nata negli ultimi decenni per affrontare lo studio di problemi strutturali in ambiente meccanico-aerospaziale con l'ausilio di elaboratori elettronici; tali studi hanno condotto alla realizzazione di celebri codici di calcolo quali il NASTRAN ed il SAP [1].

La metodologia dell'analisi agli Elementi Finiti costituisce un'applicazione del calcolo matriciale delle strutture (metodo degli spostamenti) finalizzato alla costruzione del derivante sistema di equazioni per via automatica, senza cioè l'uso di particolari formulazioni.

La matrice dei coefficienti del sistema di equazioni risolvete rappresenta la "matrice di rigidezza" della struttura cui si perviene considerando i contributi offerti da ogni singola parte costituente (**Elementi Finiti**).

Schematicamente il problema viene risolto effettuando le seguenti operazioni:

– **Discretizzazione**, cioè suddivisione della struttura in tante parti (gli elementi finiti) aventi contatto fra loro e con l'esterno attraverso un

insieme discreto di punti (**nodi**); in tale fase si associa un modello discontinuo (**finito**) ad un modello reale (e **continuo**);

– **Analisi delle matrici elementari**, con riferimento al modello discretizzato, si associa ad ogni singola parte (elemento finito):

– una matrice di comportamento (**matrice di rigidezza** elementare) i cui termini esprimono le sollecitazioni che nascono nella parte in questione per effetto di ogni possibile cinematico unitario a cui possono venire assoggettati i nodi estremi che tale elemento congiunge;

– un vettore (di **incastro perfetto**) i cui termini esprimono le azioni che nascono, per effetto dei carichi agenti sull'elemento, sui nodi estremi nell'ipotesi di assenza di ogni possibile cinematico;

– **Assemblaggio**, cioè ricomposizione della struttura globale considerando i singoli elementi finiti costituenti, intesi sia come geometria (matrice di rigidezza complessiva), che come carichi (vettore termine noto) tenendo opportunamente conto della giacitura rispetto al riferimento assunto; i carichi agenti sui nodi vengono direttamente sommati al vettore termine noto in corrispondenza della relativa equazione di equilibrio; in tale fase, alla struttura viene associato un sistema di tante equazioni quanti sono gli spostamenti incogniti, ottenuto operando sulle matrici di rigidezza e sui vettori d'incastro perfetto elementari, attraverso semplici algoritmi matriciali;

– **Soluzione del Sistema di equazioni derivante** ed individuazione degli incogniti spostamenti dei nodi;

– **Calcolo delle Sollecitazioni agenti sui Singoli Elementi**, effettuando il prodotto matriciale del vettore degli spostamenti dei nodi estremi per le matrici di rigidezza elementari.

È appena il caso di rilevare che, operando con i classici metodi matriciali della Scienza delle Costruzioni (fra i quali, ad esempio, il metodo di Gehler) si perviene al medesimo sistema di equazioni risolvibile, ma attraverso formulazioni complesse e difficilmente automatizzabili.

In taluni casi, come per le strutture bidimensionali (quali gusci, lastre o piastre), la discretizzazione può essere effettuata in più modi, suddividendo il continuo in un numero più o meno grande di elementi finiti; ovviamente più fitta è la suddivisione (MESH) più preciso sarà il risultato.

Tale considerazione porta ad una non univoca soluzione di un problema fisico, concetto che contrasta apparentemente con i classici principi di unicità della Scienza delle Costruzioni ed è conseguenza dell'approccio numerico effettuato, dovuto cioè alla "sostituzione" del modello reale e continuo con uno discreto più o meno fitto: il problema è analogo a quello dello studio di un integrale definito di una funzione col metodo dell'integrazione o per via numerica, cioè suddividendo l'intervallo in un numero più o meno grande di elementi ed effettuando la sommatoria delle aree dei rettangoloidi elementari ottenuti. Variando la discretizzazione (cioè il numero di rettangoloidi) si otterrà un valore dell'area complessiva che si potrà avvicinare più o meno all'integrale definito, a seconda dell'accuratezza dell'elaborazione numerica.

2. Applicazione dell'analisi agli Elementi Finiti al campo strutturale civile

L'analisi strutturale agli Elementi Finiti può essere condotta formulando opportune ipotesi di lavoro; ciascuna porterà a risultati validi in un ben determinato settore applicativo.

In campo meccanico ed aerospaziale la modellazione più ricorrente prevede sei gradi di libertà per nodo (tre spostamenti $s_x - s_y - s_z$ e tre rotazioni $rot_x - rot_y - rot_z$) essendo prevalentemente indirizzata all'analisi di strutture a guscio; tale approccio viene spesso indicato come **metodo tridimensionale**.

Nel settore civile, specie nel campo delle strutture ad impalcato rigido, tale ipotesi risulta incongrua a causa della presenza del diaframma per il quale gli spostamenti dei nodi, giacenti sullo stesso impalcato, non sono fra loro indipendenti

ma determinati da un moto rigido.

Da tale considerazione scaturisce la modellazione ricorrente nel calcolo delle strutture ad impalcato rigido, che ipotizza tre gradi di libertà per ciascun impalcato ($s_x - s_y - rot_z$); l'impiego di tale schematizzazione non è valida per tutti i settori applicativi (non è cioè del tipo **General Purpose**) ma orientato ad una precisa categoria di problemi (**Problem Oriented**) quale è il caso degli edifici, nel quale risulta estremamente versatile e semplice nell'utilizzazione, determinando inoltre un notevolissimo risparmio al livello computazionale, riducendo in maniera netta il numero delle incognite.

Capostipite di questa categoria di codici di calcolo è il noto TABS (Three dimensional Analysis of Building Systems) [2] realizzato da E.L. Wilson, H.H. Dovey ed A. Habibullah, meno versatile sul piano della generalità di analisi rispetto a quelli operanti col metodo tridimensionale, ma estremamente semplici tanto nella descrizione del modello, che nella interpretazione dei risultati.

2.1 L'analisi di strutture ad impalcato rigido: il metodo delle Sottostrutture o Pseudo Tridimensionale

L'analisi di strutture ad impalcato rigido, quali gli edifici civili, può essere condotta scomponendo la struttura nei seguenti elementi:

- **Impalcati** intesi come membrane di rigidezza flessionale nulla (i nodi su esse giacenti possono spostarsi verticalmente a causa delle deformazioni estensionali dei pilastri) ma di rigidezza estensionale infinita; ciò implica che i nodi appartenenti ad un diaframma sono soggetti a moti rigidi a causa della ipotizzata indeformabilità in pianta degli impalcati (**Operatore di Congruenza**);
- **Irrigidimenti unidirezionali** (quali telai piani, pareti, lastre ecc.) giacenti in un generico piano verticale, che costituiscono un vincolo allo spostamento degli impalcati sui quali agiscono;
- **Irrigidimenti torsionali** che rappresentano un vincolo alla rotazione (intorno ad un asse verticale) degli impalcati sui quali agiscono.

Da tale modellazione deriva che l'organismo spaziale viene scomposto in un insieme di **sottostrutture** elementari, individuando in esso le famiglie di controventi presenti (**discretizzazione**): in tal caso i singoli elementi costituenti sono rappresentati da interi telai o pareti (**elementi finiti**), a loro volta composti da insiemi di aste o lastre, ma analizzati

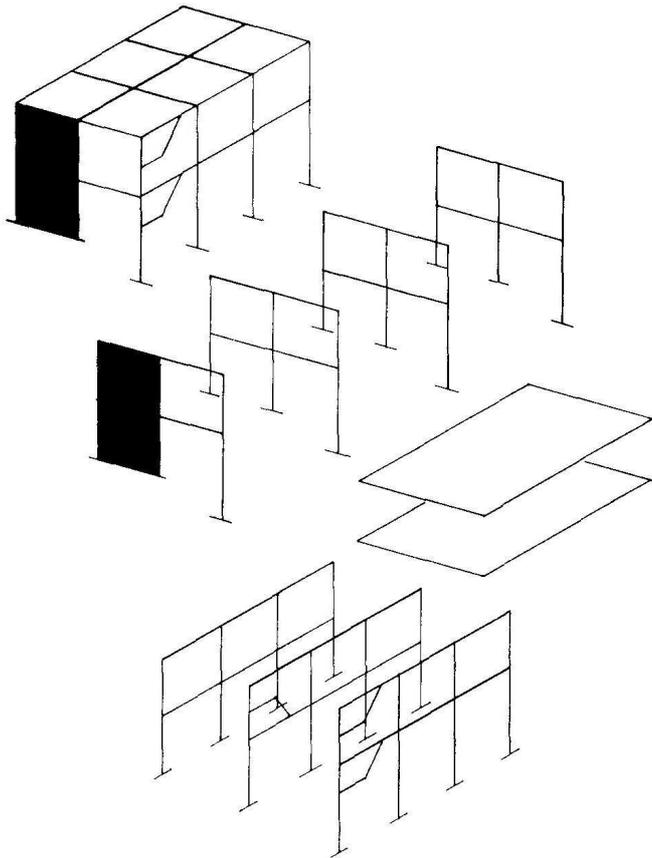


Fig. 1.

globalmente (**sottostrutture**) come dei **macro elementi** (fig. 1).

Seguendo la prassi metodologica precedentemente illustrata, occorre attribuire a ciascun elemento una propria matrice di comportamento, individuando i possibili cinematismi cui può essere sottoposto.

Gli **irrigidimenti unidirezionali** hanno rigidità solo nel proprio piano medio e hanno contatto con i diaframmi solo al livello d'impalcato. I cinematismi cui possono essere sottoposti nel proprio piano medio, per effetto degli spostamenti e rotazioni degli impalcati, sono i solo spostamenti orizzontali al livello di piano; la matrice di comportamento è caratterizzata da tante righe e colonne quanti sono gli (n) impalcati su cui tale macro elemento agisce e può essere ottenuta seguendo due procedimenti equivalenti:

– considerando la sottostruttura sottoposta a n condizioni di carico, ciascuna rappresentata da una forza orizzontale unitaria al livello di piano, determinando gli spostamenti e le rotazioni di tutti i nodi; il generico termine della matrice ricercata (di **deformabilità traslante**) $Dtrl(i, j)$ rappresenta lo spostamento che nasce al piano j

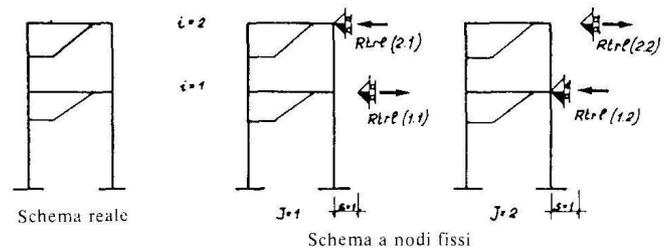


Fig. 2.

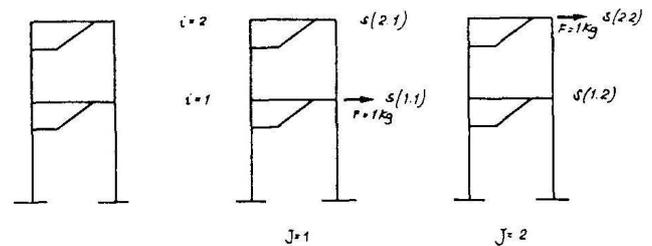


Fig. 3.

quando al piano i agisce una forza orizzontale unitaria (fig. 2);

– considerando la sottostruttura a nodi fissi (applicando n carrelli ad asse orizzontale al livello di piano) e determinando le reazioni orizzontali di ciascun appoggio nelle n condizioni di carico determinate imponendo un cedimento unitario ai singoli carrelli; il generico termine della matrice ricercata (di **rigidezza traslante**) $Rtrl(i, j)$ rappresenta la reazione che nasce al piano j quando si applica il cedimento unitario al piano i (fig. 3).

Ovviamente le due matrici sono fra loro duali, rappresentando concettualmente la medesima corrispondenza fra forze e spostamenti dei piani: esse infatti sono fra loro legate tramite l'operatore d'inversione:

$$[Dtrl] = \text{inv} [Rtrl] \quad \text{e} \quad [Rtrl] = \text{inv} [Dtrl].$$

È appena il caso di rilevare che nel caso di un solo piano, le matrici $Dtrl$ e $Rtrl$ sono costituite da un unico termine: l'inversione di matrice si ottiene semplicemente determinando il reciproco di tale coefficiente. Si ritrovano così le classiche corrispondenze fra rigidezze e deformabilità del tipo:

$$D = 1/R \quad \text{e} \quad R = 1/D$$

La matrice di rigidità traslante può venire anche determinata per via numerica ricorrendo ad algoritmi di **condensazione statica**, che però non godono dell'immediatezza fisico-interpretativa dei procedimenti precedentemente illustrati.

Individuate le matrici di comportamento delle singole sottostrutture, la ricomposizione della membratura spaziale avviene tramite l'assemblaggio col quale si perviene ad un sistema di $3 \times p$ equazioni, esprimenti gli equilibri alla traslazione orizzontale rispetto agli assi coordinati x ed y ed alla rotazione rispetto all'asse z dei p impalcati costituenti l'organismo complessivo, tenendo conto della giacitura di ciascun elemento.

Dalla soluzione del sistema di equazioni si determinano gli spostamenti s_x , s_y e le rotazioni rot_z dei p impalcati; per ciascuna sottostruttura è quindi possibile ottenere gli spostamenti locali (cioè gli n spostamenti al livello dei diaframmi riferiti al piano medio del controvento) da cui, per prodotto per la matrice di rigidezza traslante, sono note le forze orizzontali agenti sul macroelemento ed ad esso complanari.

Enucleare la sottostruttura dal complesso spaziale è a questo punto possibile avendo determinato le sollecitazioni che ad essa competono quale elemento costituente la membratura globale.

La prassi metodologica esaminata costituisce in pratica la *ripartizione delle forze sismiche in un complesso spaziale*, classico problema degli edifici in zona sismica [3], [4], [5].

Sotto il profilo computazionale, per calcolare le matrici di comportamento di ogni sottostruttura, occorre effettuare il calcolo della medesima per n condizioni di carico, quindi l'impegno è pari a quello necessario a elaborare un semplice schema piano: note le matrici elementari, per determinare gli spostamenti del complesso spaziale occorre risolvere un sistema di $3 \times p$ equazioni, derivante dall'assemblaggio dei macro elementi. Note quindi le forze agenti su ciascuna sottostruttura, per conoscere le sollecitazioni basta ancora fare riferimento a schemi piani.

In sostanza, con tale modellazione, l'impegno computazionale è sempre modesto e pari a quello occorrente al calcolo di strutture piane, e la fase di assemblaggio ricostituisce il comportamento spaziale; sotto il profilo applicativo, anche computers di modestissime capacità di memoria sono in grado di effettuare l'analisi di complesse ed estese strutture spaziali multipiano.

Con questo metodo è possibile affrontare lo studio di edifici costituiti da controventi di qualunque natura (telai a maglie ortogonali, con travi a ginocchio, con tetti, in acciaio con aste disposte a croce o a "K", pareti isolate o complessi telai-parete, lastre forate, ecc.), vista la generalità metodologica impiegata nella determinazione delle matrici di comportamento; generica è anche la giacitura di ciascuna sottostruttura e la posizione

di ciascun diaframma, potendosi analizzare semplicemente anche problemi di impalcati sfalsati.

L'applicazione di tale metodologia consente l'analisi di strutture complesse (per altro ricorrenti quotidianamente nell'attività professionale) superando i limiti dei programmi classici di biblioteca (quali il T.A.B.S. e l'E.T.A.B.S.), ed utilizzando dei procedimenti descrittivi tipici in ambiente civile mediante l'impiego di piante (sulle quali localizzare i controventi) e di sezioni (sulle quali individuare gli schemi strutturali dei singoli macro elementi).

In tal modo la descrizione del modello si ottiene esaminando nel proprio piano ciascun controvento, posizionandolo poi nello spazio individuandone la giacitura; ciò consente di utilizzare prassi elaborative abituali, senza dover far riferimento ad una visione spaziale globale, come invece accade con i modelli tridimensionali, ove ciascun nodo è caratterizzato dalle sue tre coordinate; l'interpretazione dei risultati è altrettanto immediata, essendo concentrata sulla singola sottostruttura.

2.2 Analisi delle sottostrutture

Da quanto espresso precedentemente, la base per poter effettuare l'elaborazione di edifici anche complessi è costituita dall'analisi delle sottostrutture elementari che, grazie all'operatore di congruenza (assemblaggio e costruzione della matrice di rigidezza rototraslante spaziale) possono venire enucleate e calcolate per le forze che ad esse derivano dall'appartenenza alla membratura complessiva.

Quindi la prassi metodologica applicativa è nell'ordine:

1. calcolo delle matrici di rigidezza traslante delle singole sottostrutture elementari, comunque configurate e vincolate;
2. ripartizione delle forze sismiche;
3. calcolo delle singole sottostrutture, per le forze orizzontali derivanti dal punto (2) e per le azioni verticali.

Il cuore dell'elaborazione consiste quindi nell'analisi dei singoli controventi elementari.

Nelle strutture civili gli elementi finiti più impiegati sono rappresentati da quelli monodimensionali (aste); per permettere l'analisi di vaste categorie strutturali, occorre distinguere tutti i tipi di comportamento che si riscontrano nei sistemi intelaiati costituiti da travi, pilastri e pareti; si possono pertanto individuare i seguenti elementi

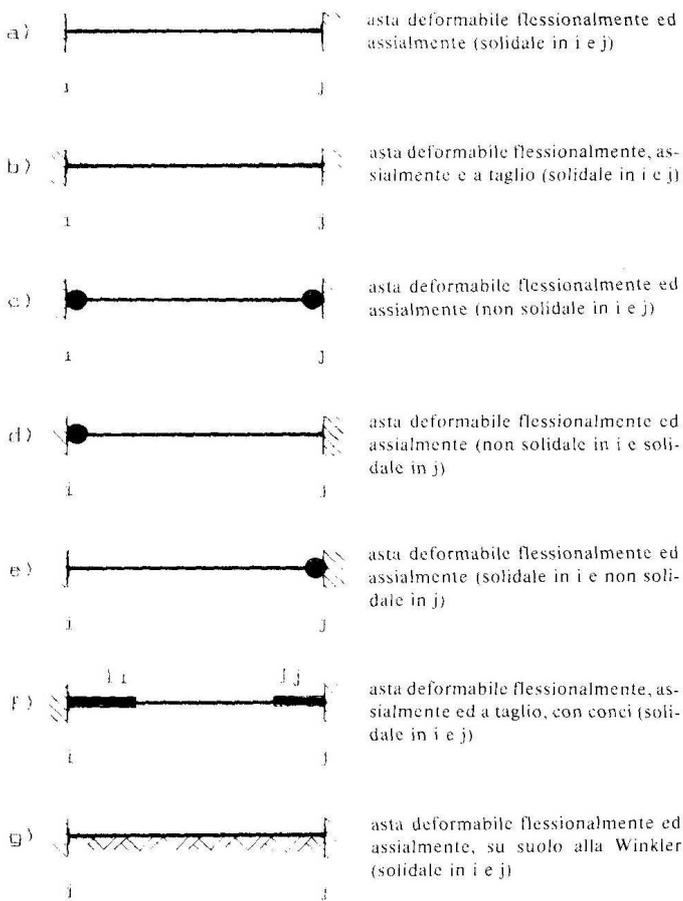


Fig. 4.

monodimensionali (fig. 4):

- asta deformabile assialmente e flessionalmente, solidale ai nodi estremi;
- asta deformabile assialmente, flessionalmente e a taglio, solidale ai nodi estremi;
- asta deformabile assialmente e flessionalmente, non solidale ai nodi estremi;
- asta deformabile assialmente e flessionalmente, solidale al nodo iniziale e non solidale al nodo finale;
- asta deformabile assialmente e flessionalmente, non solidale al nodo iniziale e solidale al nodo finale;
- asta deformabile assialmente e flessionalmente, solidale ai nodi estremi con *conci rigidi*;
- asta deformabile assialmente e flessionalmente, solidale ai nodi estremi, collegata ad un letto di "molle alla Winkler".

La solidarietà da parte di un'asta nei confronti dei nodi implica la congruenza alla rotazione del suo estremo, mentre la non solidarietà implica che l'estremo in questione non condivide la rotazione del nodo (sconnessione di tipo cerniera).

In [8] è contenuta una più ampia descrizione degli elementi finiti illustrati.

Dovendosi trattare differenti tipologie strutturali, i vincoli esterni possono essere di qualunque tipo; i vincoli interni possono essere di tipo incastro, cerniera o misti (nel senso che in un nodo convergono n aste, alcune solidali ad esso (incastro interno) che quindi ne condividono la rotazione, altre non solidali (collegate al nodo con una sconnessione a cerniera) e che non seguono la rotazione del nodo). Tipico è il caso dei telai in acciaio per edifici civili nei collegamenti travi-colonna: i ritti sono fra loro solidali (incastro interno) mentre i traversi non condividono la congruenza in termini di rotazione (la cerniera cioè non attraversa completamente il nodo, ma lo lambisce rimanendo collegata alla trave) (Fig. 5).

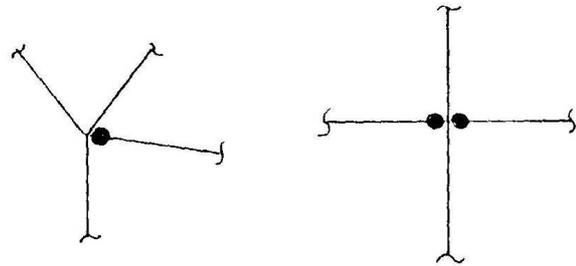


Fig. 5.

La biblioteca di elementi e di vincoli illustrata, consente di conseguire una grande generalità di analisi, in quanto è possibile modellare ciascun elemento in funzione del proprio comportamento: la struttura globale può cioè scaturire dall'assemblaggio di elementi che possono essere fra loro eterogenei.

2.3 Influenza di particolari sottostrutture

Gli schemi più ricorrenti di sottostrutture per edifici sono rappresentati da telai a maglie ortogonali e da pareti.

La presenza di travi "a ginocchio", di travi d'interpiano, di tetti, porta ad arricchire le tipologie dei controventi, ciascuno dotato di caratteristiche proprie:

In particolare i telai "di scala" sono caratterizzati da:

- alcuni pilastri di altezza ridotta (la presenza del ballatoio dimezza la luce di tali elementi);
 - comportamento delle travi rampanti non solo di carattere flessionale, ma anche estensionale, ottenendosi uno schema del tipo "a diagonali".
- Pertanto il telaio risultante risulta estremamente

Telaio con travi a ginocchio

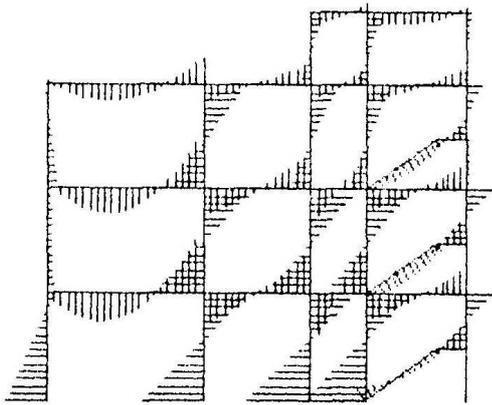
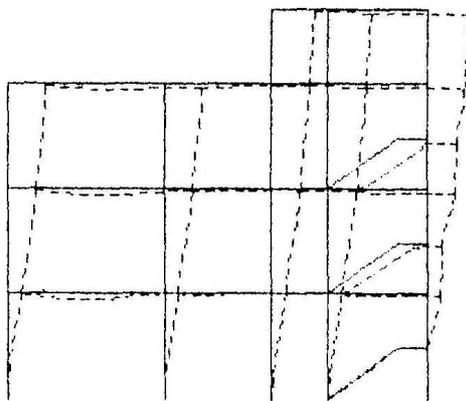


diagramma del momento



deformata elastica

Fig. 6.

rigido rispetto allo schema "base" a maglie ortogonali, tanto per l'influenza estensionale dei rampanti, che per l'interruzione dei pilastri in corrispondenza dei ballatoi (fig. 6).

L'accoppiamento di tali sottostrutture con i normali schemi a maglie ortogonali può indurre su questi ultimi due differenti effetti:

- in edifici con corpo scala in posizione "baricentrica", le sollecitazioni sono di piccola entità (di poco differenti da quelle per carichi verticali);
- in edifici con corpo scala in posizione "eccentrica", le sollecitazioni sui telai terminali (sul fronte opposto alla scala) sono consistenti, a causa delle forti rotazioni degli impalcati.

Tali circostanze sono facilmente verificabili dall'esame dei quadri fessurativi in edifici dissestati dal sisma.

La impossibilità di tenere conto di tali effetti, costituisce un grave limite all'impiego di numerosi e diffusi programmi di biblioteca nella quotidiana pratica professionale.

3. Modellazione di particolari strutture

L'associazione degli elementi finiti di cui al punto 2.2 consente l'analisi di un vasto spettro di tipologie strutturali; nel seguito ne vengono illustrate alcune.

3.1 Pareti isolate

Sono schematizzate come delle mensole lamellari vincolate elasticamente al piede (per tenere conto dell'effetto esercitato dalla fondazione alla quale vengono trasmesse, dalla parte in elevazione, notevoli sollecitazioni flessotaglianti). Le aste sono individuate dall'asse baricentrico della parete e non sono modellabili come aste snelle in quanto la dimensione trasversale è confrontabile con la longitudinale (asse geometrico): pertanto, trattandosi di elementi tozzi, si dovrà tenere conto della deformazione da taglio (elementi di tipo b).

3.1.2 Pareti: cedevolezza della fondazione

Ipotizzare l'incastro perfetto come vincolo al piede di una parete può risultare un'ipotesi non a vantaggio di sicurezza: infatti tali strutture trasmettono alla fondazione consistenti sollecitazioni flessotaglianti, per opera delle quali il complesso terreno-fondazione può subire cedimenti non trascurabili. L'ipotesi d'incastro al piede porterebbe a sopravvalutare la rigidità di tali elementi, sottostimando le sollecitazioni sugli altri controventi.

Per valutare la costante elastica della molla cedevole al piede della parete, basta considerare la fondazione della medesima (trave o plinto) ed applicare ad essa, in corrispondenza dell'innesto con la parte in elevazione, una coppia unitaria; la rotazione che nasce in tale sezione (per effetto del momento unitario $c = \text{rot}/M$) rappresenta la cedevolezza angolare cercata (la rigidità della molla si ottiene come $k = 1/c$) [5].

3.2 Sistemi telai-pareti

Sono rappresentati da telai in cui uno o più ritzi sono costituiti da pareti (quindi non isolate come al punto 3.1, ma intelaiate). Facendo riferimento ad un sistema di due campate e due piani con parete centrale, i pilastri vengono descritti come elementi del tipo a), le pareti come aste tozze del tipo b); le travi sono aste i cui estremi giacciono su

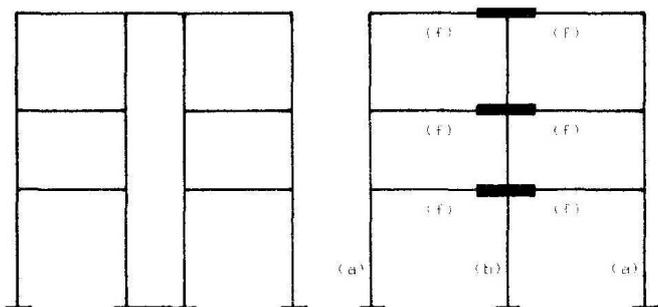


Fig. 7.

gli assi baricentrici dei ritri (pilastri e pareti).

Per tali aste il nodo non è puntiforme ma finito, nel senso che esse non possono liberamente deformarsi lungo tutto il proprio asse geometrico, ma solo fino al lembo della parete: pertanto si definisce **concio rigido** quella parte indeformabile dell'asta dall'asse parete fino al lembo (elementi di tipo f) (Fig. 7).

La modellazione a **conci rigidi** [6], [4], opera di Kiyoshi Muto (sia per formulazione che per sperimentazione), consente di estendere l'analisi delle strutture a telaio anche a sistemi bidimensionali complessi, come le lastre forate a torre, modellabili come i sistemi telai-pareti (ove tanto i ritri che i traversi sono schematizzati a conci rigidi).

Per i sistemi telai-pareti è particolarmente significativa l'ipotesi di deformabilità estensionale per i pilastri che, per effetto dell'interazione con le pareti, subiscono consistenti variazioni di sforzo normale, in modulo ed in segno; anche in questo caso, rimuovere l'ipotesi di deformabilità estensionale dei ritri, porterebbe a sopravvalutare la rigidità laterale del sistema.

Il complesso telaio-parete (o la lastra forata a torre) è pertanto modellabile dall'associazione di tre elementi finiti (tipi a), b), f)), nell'ipotesi di nodi non puntiformi.

3.3 Strutture in acciaio

Possono distinguersi in strutture a nodi:

- solidali (come le travi Vierendel) (aste tipo a)) (fig. 8)
- non solidali (come le travature reticolari, nell'ipotesi di nodi di cerniera) (aste tipo c))
- misti (come telai nei quali le colonne (aste tipo a)) sono fra loro solidali, mentre le travi sono collegate ai nodi con cerniere (aste tipo c)).

I controventi (con diagonali o con "K", semplici o doppi, sono modellabili con aste di tipo c), d), e), fra loro collegabili con vincolo interno di cerniera.

3.3.1 Particolari modellazioni di travature reticolari

Il calcolo delle travature reticolari può essere affrontato tanto nella classica ipotesi di nodi di cerniera (descrivendo le aste come elementi di tipo c) ed i vincoli interni come cerniere) quanto nell'ipotesi di nodi solidali (con vincoli interni incastro e aste del tipo a)).

L'ipotesi di nodi di cerniera deriva dalla considerazione che le aste delle travature sono in generale dotate di rigidità flessionale trascurabile rispetto a quella estensionale, che spesso vi è incertezza nella valutazione della solidarietà del collegamento, oltre che da indubbe semplificazioni nel calcolo (manuale).

Tale schema porta talvolta a sopravvalutare il regime di spostamenti di questo tipo di strutture, condizionate nella progettazione più dai limiti alla deformabilità che non dagli stati tensionali, portando ad ottenere in esercizio sollecitazioni fortemente inferiori a quelle ammissibili per il materiale impiegato.

Le travature vengono in generale realizzate mediante assemblaggio di profilati (UPN o L) accoppiati; ove possibile i correnti superiori ed inferiori vengono inoltre ottenuti impiegando profilati interi (cioè senza interruzioni in corrispondenza dei fazzoletti); tali aste quindi risultano flessionalmente solidali.

I diagonali ed i montanti possono essere solidali ai nodi (ottenendosi uno schema a nodi incastro interno), oppure, se il collegamento non garantisce la congruenza flessionale, possono essere descritti come aste incernierate (c): lo schema derivante è

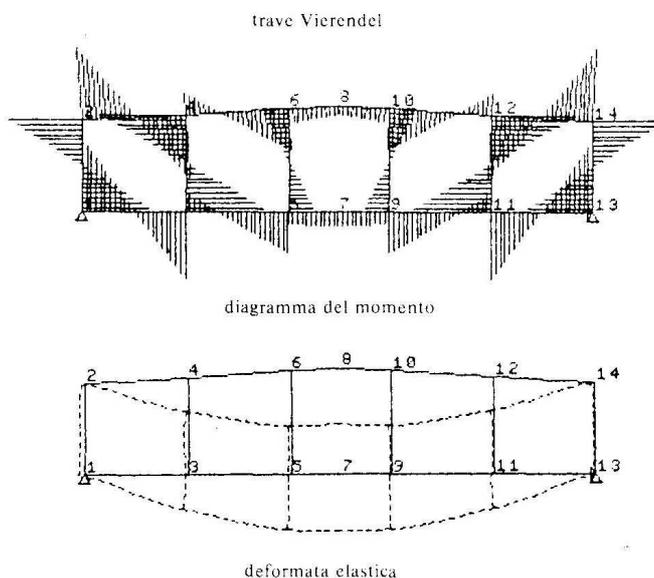


Fig. 8.

caratterizzato dall'accoppiamento di elementi di tipo a) e c) (nei nodi le aste dei correnti saranno fra loro solidali, mentre diagonali e montanti saranno incernierati).

Lo schema ottenuto consente di verificare più correttamente tanto le deformazioni, che lo stato tensionale, potendo avere una stima tanto delle sollecitazioni assiali che di quelle flessionali.

In alcuni casi, come per gli arcarecci leggeri delle coperture a deck, l'ipotesi di carico nodale risulta non corretto, trattandosi di azioni distribuite con uniformità sulla struttura (fig. 9).

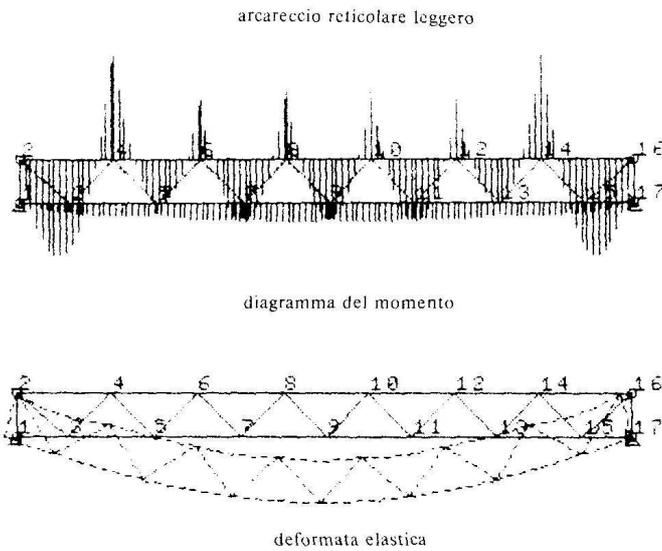


Fig. 9.

3.4 Interazione suolo-struttura

L'elemento gillustrato al punto 2.2 consente l'analisi di numerosi problemi nei quali struttura e terreno interagiscono.

Il modello impiegato nella descrizione del terreno (in termini tensioni-deformazioni) è quello di Winkler, quindi di tipo lineare e risulta utile tanto nella schematizzazione di fondazioni dirette (plinti, travi rovescie, grigliati con reticoli, piastre semplici o nervate) che di quelle indirette (pali palancole, paratie libere, ancorate o intelaiate).

3.4.1 Tombini scatoari

Si tratta di una classica struttura da ponte di piccola luce, impiegato spesso per i sottopassaggi stradali o ferroviari: il traverso superiore costituisce l'impalcato, mentre quello inferiore la fondazione,

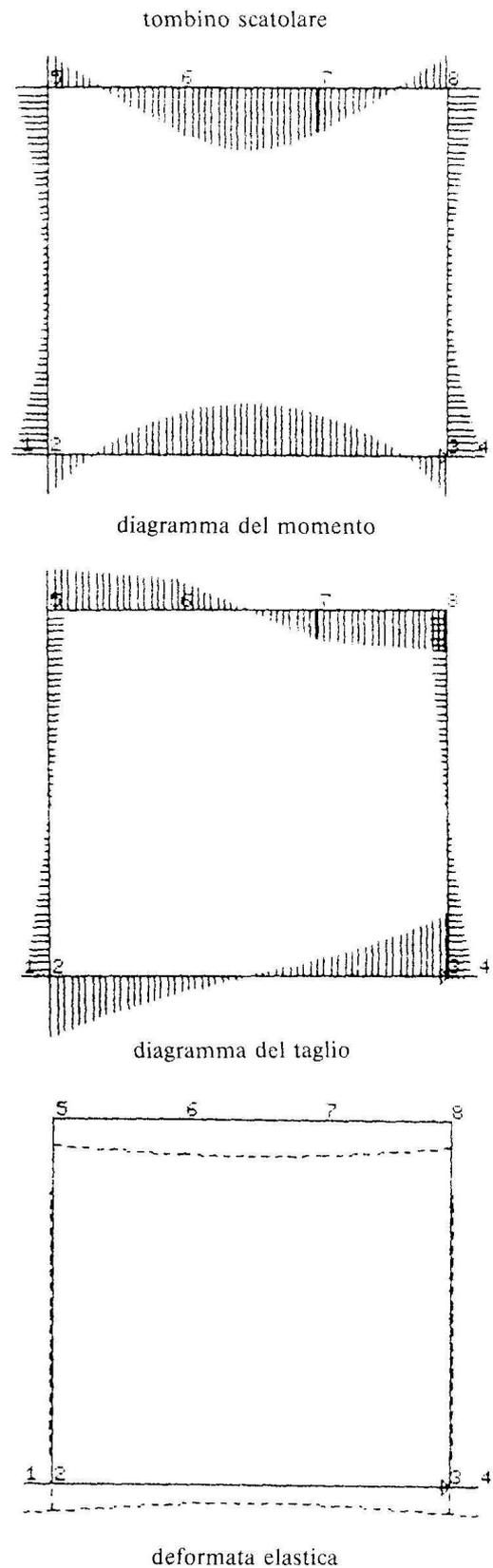


Fig. 10.

i ritti sono sottoposti alle azioni trasmesse dal terreno.

La modellazione si effettua semplicemente impiegando per il traverso superiore ed i ritti ele-

menti del tipo a), mentre per la zona a contatto col terreno, aste del tipo f), descrivendo inoltre eventuali sbalzi (fig. 10).

3.4.2 Pali soggetti ad azioni orizzontali

In zona sismica le fondazioni indirette sono sottoposte alle sollecitazioni taglianti trasmesse dalla parte in elevazione; anche in questo caso, il regime di deformazioni della struttura (palo) e del terreno sono fra loro legate.

La modellazione può ancora essere effettuata con aste del tipo f), dopo aver determinato i valori da assegnare ai coefficienti di rigidità orizzontale (costanti di sottofondo); utili indicazioni si traggono in [7] ove il comportamento viene distinto in:

- argille sovraconsolidate, per le quali $k_h = \text{cost.}$
- argille normalmente consolidate o leggermente sovraconsolidate e terreni incoerenti, per i quali k_h varia linearmente con la profondità (fig. 11).

I valori caratteristici, per vari tipi di terreni vengono ampiamente riportati sempre in [7]; come in ogni problema di interazione suolo struttura, non sono tanto significativi i valori, quanto gli intervalli di variabilità ("range").

Infatti è sempre possibile effettuare la verifica della struttura non per una sola distribuzione di k_h , ma per due distribuzioni limite: per quella caratterizzata dai valori più bassi di k_h si determineranno le più gravose sollecitazioni per il palo, mentre per l'altra i valori più significativi sul terreno in termini di pressioni.

Si determina così una "fascia di comportamento" nella quale sarà compresa l'applicazione in esame.

I vincoli per i pali sono funzione del tipo di collegamento con la struttura in elevazione; se si tratta di monopalo la rotazione in testa sarà libera, viceversa, in presenza di plinti tozzi a più pali, l'estremità di questi potrà traslare, ma non ruotare (deformata alla Grinter), in tal caso si potrà considerare un vincolo alla rotazione.

Da tale modellazione è immediato far scaturire la schematizzazione per paratie, diaframmi o palancole; le comuni ipotesi di calcolo impiegate (Blum, Verdeien, ecc.), infatti sono significative per quanto attiene la stabilità del complesso terreno struttura (profondità d'infissione), ma con l'ipotesi di asta rigida, non consentono di valutare il regime di sollecitazioni che nasce dall'interazione col suolo (basti pensare alla differenza di comportamento in esercizio fra una paratia Larsen in lamierino metallico ed una realizzata con pali in

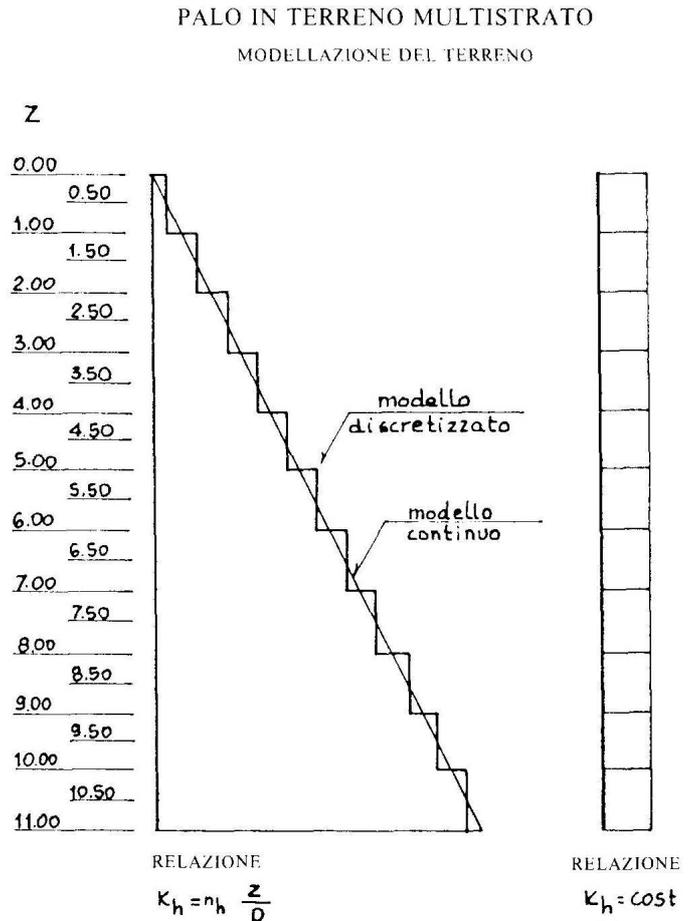


Fig. 11.

calcestruzzo armato di grosso diametro).

Analogamente la schematizzazione può essere estesa allo studio di edifici autosilos, per i quali la paratia al contorno rappresenta anche la fondazione per la parte in elevazione.

4. Sottostrutture piane caricate ortogonalmente al proprio piano medio: i grigliati

Per questo tipo di sottostruttura vale, al livello d'impostazione, quanto detto al punto 2.2; l'ipotesi in questo caso è di due incognite rotazioni (rot_x e rot_y) ed uno spostamento (sz), mentre per quelle precedentemente illustrate le incognite sono costituite da due spostamenti (s_x e s_y) e da una rotazione (rot_z). Esse trovano vasto impiego per l'analisi di cassettonati, piastre (tanto di fondazione che di elevazione), impalcati da ponte.

Anche in questo caso i vincoli sono generici, mentre si possono individuare i seguenti elementi finiti:

- a) asta con deformabilità flessionale e torsionale;

- b) asta con deformabilità flessionale, torsionale e da taglio (valide per lo studio dei cassettonati costituiti da elementi tozzi);
- c) asta con deformabilità flessionale e torsionale vincolata elasticamente ad un letto di molle alla Winkler (per la quale si tiene conto del contributo torsionale indotto dalle molle eccentriche rispetto all'asse trave; infatti per l'applicazione di un momento torcente ad un estremo, non nasce un momento torcente uguale ed opposto all'altra estremità, in quanto viene a concorrere all'equilibrio il diagramma di pressioni che nasce nelle molle eccentriche rispetto all'asse geometrico).

L'impiego di questa modellazione nel campo degli impalcati da ponte a travata (ortogonali ed obliqui), consente di superare le classiche ipotesi di trasversi rigidi, tipici delle metodologie alla Courbon e gli schemi approssimati.

L'analisi delle piastre di fondazione nervate, può essere correttamente condotto ricorrendo allo studio di un grigliato equivalente.

5. Conclusioni

La metodologia illustrata, orientata al Progettista civile, consente l'analisi di strutture ricorrenti nella pratica tecnica, in modo sofisticato sul piano della modellazione, ma al tempo stesso immediato nell'utilizzazione, tanto per il calcolo degli edifici, che delle altre opere ricorrenti quotidianamente nella pratica professionale.

Alcuni elementi finiti inoltre (quali le aste alla Winkler), utili nella modellazione di problemi d'interazione suolo struttura, non sono presenti

nei noti programmi di biblioteca, quali il NASTRAN, il SAP, il T.A.B.S., pur essendo ausilio indispensabile per il Progettista e pertanto costituiscono un limite invalicabile all'impiego di tali codici di calcolo.

L'estensione all'analisi di edifici complessi (impalcati sfalsati, controventi di generica tipologia), conferisce allo Strutturista la possibilità di modellare, in maniera corretta gli schemi statici che realmente ricorrono nella pratica professionale.

Bibliografia

1. K.J. Bathe - E.L. Wilson - F.E. Petterson: SAPIV: A structural analysis program for static and dynamic response of linear systems. EERC report no 73-11
2. E.L. Wilson - H.H. Dovey - A. Habibillah: T.A.B.S. 77: Three dimensional Analysis of Building Systems. EERC report no 72-8
3. R. Ramasco: La progettazione delle strutture in cemento armato in zona sismica. C.I.S.M. Udine
4. M. Como - G. Lanni: Elementi di costruzioni antisismiche. Ed. Cremonese
5. M. Capurso: Edifici soggetti ad azioni orizzontali. Ed. Cremonese
6. Kiyoshi Muto: Analisi della progettazione antisismica degli edifici. Ed. Dario Flaccovio
7. Arrigo Croce - Carlo Viggiani: Fondazioni - Manuale di ingegneria civile. Ed. Cremonese
8. Alberto Cucinella: P.A.S.: Procedure di Analisi Strutturale - Manuale utente

Ing. Alberto Cucinella
 Libero professionista
 Via G. Jannelli Nr. 494
 80131 Napoli